



LA FONCTION $f : x \mapsto e^{-x^2}$

1/ Quel est l'ensemble de définition de f ? Étudiez la parité de f .
Quelles conséquences en déduisez-vous pour l'étude de f et la courbe C représentant f ?

2/ a) Étudiez la limite de f en $+\infty$. Qu'en déduisez-vous pour C ?

b) Étudiez les variations de f sur $[0 ; +\infty[$ et dressez le tableau de variations de f .

3/ a) Calculez $f''(x)$ pour tout réel x , et étudiez le sens de variations de f' .

b) Déduisez-en que pour tout réel $x \geq 0$, $f'(x) - f'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \geq 0$

4/ Trouvez l'équation $y = ax + b$ de la tangente T à C en A d'abscisse $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5/ On se propose d'étudier la position de C par rapport à T . On note φ la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$\varphi(x) = f(x) - (ax + b)$$

a) Vérifiez que $\varphi'(x) = f'(x) - f'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

b) Déduisez-en le signe de $\varphi(x)$ pour $x \geq 0$ et la position de C par rapport à T .

6/ Tracez la droite T et la courbe C .

Sur la figure précédente, construisez la courbe C_1 représentative de la fonction $x \mapsto e^{-x}$

Précisez les points communs à C_1 et C et étudiez la position relative de C et C_1 .

Quelles remarques pouvez-vous faire quant à la décroissance de ces fonctions lorsque x devient très grand ?