

## Étude de flux de populations

### Énoncé

L'objet de ce travail est l'étude de flux de populations entre trois zones géographiques : une ville notée A, une zone périphérique notée B et une zone de campagne notée C.

Pour modéliser les flux de population, on fait les hypothèses suivantes :

- La population totale des trois zones **reste constante**.
- Chaque année la zone A perd 10% de sa population, mais accueille 10% de la population de la zone B et 1% de la population de la zone C.
- Chaque année la zone B perd 10% de sa population, mais accueille 10% de la population de la zone A et 1% de la population de la zone C.
- Chaque année la zone C perd 2% de sa population.

Au premier janvier 2008, la zone A comptait 5 000 habitants, la zone B en comptait 2 000 et la zone C en comptait 4 000.

On désigne par  $a_n$ ,  $b_n$  et  $c_n$  les nombres d'habitants respectifs des zones A, B et C au premier janvier de l'année 2008 +  $n$ . On admettra, pour l'étude mathématique, que les nombres réels  $a_n$ ,  $b_n$  et  $c_n$  peuvent ne pas être entiers.

1. On souhaite décrire, avec le modèle ci-dessus, l'évolution des trois populations.
  - (a) Représenter graphiquement, à l'aide du tableur, ou d'une calculatrice, les suites  $(a_n)$ ,  $(b_n)$  et  $(c_n)$ .
  - (b) Conjecturer le sens de variation et la convergence des suites  $(a_n)$ ,  $(b_n)$  et  $(c_n)$ .

Appeler l'examineur pour vérification des résultats obtenus et des conjectures.

2. Pour chaque année 2008 +  $n$ , soit  $d_n$  la différence de population entre les zones A et B. Conjecturer la nature de la suite  $(d_n)$ .

Appeler l'examineur pour une vérification et lui indiquer les méthodes envisagées pour les démonstrations qui suivent.

3. On se propose de calculer les limites des suites  $(a_n)$ ,  $(b_n)$  et  $(c_n)$ .
  - (a) Déterminer l'expression de  $c_n$  et de  $d_n$  en fonction de  $n$ .
  - (b) En déduire l'expression de  $a_n$  et de  $b_n$  en fonction de  $n$ .
  - (c) Déterminer les limites des suites  $(a_n)$ ,  $(b_n)$  et  $(c_n)$ .

### Production demandée

- Une feuille de calcul donnant les valeurs de  $n$  et des termes des différentes suites.
- Un graphique représentant les suites  $(a_n)$ ,  $(b_n)$  et  $(c_n)$ .
- Les réponses argumentées aux questions de la Partie 3.