

## Distance d'un point à une courbe

### Énoncé

Dans le plan  $\mathcal{P}$  rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  la courbe  $\mathcal{C}$  est la courbe représentative de la fonction exponentielle et le point  $B$  a pour coordonnées  $(2; -1)$ .

On admet que la distance  $BM$  admet un minimum quand  $M$  décrit  $\mathcal{C}$ . Ce minimum est appelé distance du point  $B$  à la courbe  $\mathcal{C}$ .

Le but de l'exercice est de trouver la distance du point  $B$  à la courbe  $\mathcal{C}$ .

1. Réaliser à l'aide d'un logiciel une figure dynamique correspondant à cette situation.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure réalisée.

- (a)  $M$  est un point quelconque de la courbe  $\mathcal{C}$ . Faire une conjecture sur la position du point  $M$  pour laquelle la distance  $BM$  semble minimale.  
On appelle ce point  $M_0$ .
- (b) Tracer la droite  $d$  perpendiculaire en  $M_0$  à la droite  $(BM_0)$ .  
Quelle semble être la position particulière de la droite  $d$ ?

Appeler l'examineur pour lui présenter les conjectures émises et lui indiquer la ou les méthodes de contrôle prévues à la question (c).

- (c) Utiliser le logiciel pour contrôler les conjectures et, éventuellement, les rectifier.

2. On se propose de déterminer la valeur exacte de la distance du point  $B$  à la courbe  $\mathcal{C}$ .

Appeler l'examineur pour lui présenter les contrôles faits et lui proposer une méthode permettant à la fois de déterminer le point  $M_0$  et la distance du point  $B$  à la courbe  $\mathcal{C}$ .

- (a) Déterminer, par le calcul, la position du point  $M_0$ .
- (b) Quelle est la valeur exacte de la distance du point  $B$  à la courbe  $\mathcal{C}$ ?

3. Vérifier, par le calcul, la conjecture formulée au 1.(b).

---

### Production demandée

- Obtention à l'écran de la figure réalisée avec le logiciel de géométrie dynamique.
  - La formulation des conjectures et leur contrôle.
  - Les stratégies de démonstration prévues pour répondre à la question 2 et le résultat des calculs.
  - La vérification demandée à la question 3.
-