

Optimisation dans l'espace

Énoncé

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(0, 6, 0)$, $B(0, 0, 8)$, $C(10, 0, 8)$. M est un point appartenant au segment $[OB]$. Le plan (Π) passant par M et orthogonal à la droite (OB) coupe la droite (AC) en P .

Partie expérimentale.

1. En utilisant un logiciel de géométrie, construire une figure traduisant l'énoncé.

Appeler l'examineur pour la vérification de la construction.

2. On note respectivement N et Q les points d'intersection du plan (Π) avec les droites (OC) et (AB) et l'on admet que le quadrilatère $MNPQ$ est un rectangle. En déplaçant le point M , émettre une conjecture quant à la position de ce point rendant maximale l'aire du rectangle.

Appeler l'examineur pour valider la conjecture.

Partie démonstration.

On note $z = OM$.

3. Exprimer en fonction de z les longueurs MN et MQ .
4. Démontrer la conjecture émise en 2.

Production demandée

- La figure réalisée avec le logiciel ;
- Les démonstrations demandées dans les questions 3 et 4.