

Comportement d'une suite récurrente

Énoncé

Soit u_1 un nombre réel fixé. On considère la suite récurrente u de premier terme u_1 et telle que pour tout entier naturel non nul n , $u_{n+1} = \frac{u_n}{n} + 1$.

1. En utilisant une calculatrice ou un tableur, calculer les premiers termes de cette suite et en réaliser une représentation graphique.

Le choix du nombre de termes et de la valeur de u_1 est laissé au candidat, qui en testera plusieurs, dont $u_1 = -100$.

Appeler l'examineur pour vérifier les calculs faits.

2. En fonction des différentes valeurs de u_1 :

- (a) émettre une conjecture sur le sens de variation de la suite u ;
- (b) émettre une conjecture sur la limite de la suite u .

Appeler l'examineur pour valider les deux conjectures et indiquer la méthode prévue pour les démonstrations de la question (3).

3. Dans cette question on suppose que $u_1 = -100$.

- (a) Démontrer qu'à partir d'un certain rang n_0 , à préciser, la suite u est décroissante.
- (b) Démontrer que la suite u est convergente et préciser sa limite.

Production demandée

- Écrans montrant les calculs ayant permis d'émettre les deux conjectures.
- Démarches et réponses argumentées pour la question 3.