

Cercles et similitudes

Énoncé

On considère un triangle équilatéral direct $O_1O_2O_3$, le milieu O du segment $[O_1O_2]$ et le cercle \mathcal{C} de centre O_1 passant par O . On note A un point du cercle \mathcal{C} distinct du point O .

Pour tout point M du cercle \mathcal{C} , on note M_1 le point symétrique de M par rapport à O puis M' le point tel que le triangle MM_1M' soit équilatéral direct.

Étude expérimentale

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire le triangle $O_1O_2O_3$, placer le point O et tracer le cercle \mathcal{C} .

Appeler l'examineur pour vérifier la construction.

2. Le point A étant construit sur le cercle \mathcal{C} , construire le point A' associé au point A par le procédé indiqué dans le préambule.

Appeler l'examineur pour vérifier la construction.

3. Placer un autre point, noté M , sur le cercle \mathcal{C} et construire le point M' associé à ce point. Visualiser la courbe (ou lieu) que semble décrire le point M' lorsque le point M décrit le cercle \mathcal{C} et émettre une conjecture à ce propos.

Appeler l'examineur pour exposer votre conjecture.

4. Lorsque les points M et A sont distincts, les droites (AM) et $(A'M')$ se coupent en un point P . Placer le point P sur la figure. Émettre une conjecture concernant le lieu décrit par le point P lorsque le point M décrit le cercle \mathcal{C} privé du point A .

Appeler l'examineur pour exposer votre conjecture et lui indiquer les méthodes prévues pour les démonstrations qui suivent.

Démonstrations

5. Montrer qu'il existe une similitude directe de centre O par laquelle le point M du cercle \mathcal{C} a pour image le point M' . Préciser l'angle et le rapport de cette similitude.
6. Déterminer le lieu du point M' lorsque le point M décrit le cercle \mathcal{C} .
7. Préciser le lieu du point P lorsque le point M décrit le cercle \mathcal{C} privé du point A .

Production demandée

- Réalisation d'une figure avec un logiciel de géométrie dynamique ;
- Réponse argumentée pour les questions 5 et 6 ;
- Informations obtenues concernant le point P .