

Suite définie par une moyenne arithmétique

Énoncé

On considère la suite (u_n) définie pour tout n entier strictement positif par :

$$u_n = \frac{6}{n}(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) = \frac{6}{n} \sum_{k=1}^n k^2$$

Partie expérimentale

1. À l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice, représenter graphiquement les 50 premiers termes de la suite (u_n) .
2. Émettre une conjecture sur le type de fonction f telle que, pour tout n entier entre 1 et 50, on ait : $u_n = f(n)$.

Appeler l'examineur pour exposer votre conjecture et proposer une méthode pour la préciser.

3. Mettre en place la stratégie validée par l'examineur et déterminer précisément la fonction f .

Appeler l'examineur, lui indiquer la fonction f trouvée et lui proposer une méthode pour résoudre la question 4.

Démonstrations

4. (a) Démontrer que pour tout n entier naturel non nul, on a $u_n = f(n)$ où f est la fonction validée par l'examineur.
(b) En déduire une formule simple donnant la somme des carrés des n premiers entiers strictement positifs.

Production demandée

- Des explications orales et à l'écran pour les questions 1 à 3 ;
- Les réponses argumentées à la question 4.