

Tétraèdre trirectangle

Énoncé

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé d'origine O , on construit le tétraèdre $OABC$ avec : $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ et $C(0, 0, 2)$.

Ce tétraèdre est dit « trirectangle » car trois de ses faces sont des triangles rectangles.

Pour tout point M du segment $[AB]$, on construit le projeté orthogonal H du point O sur la droite (MC) .

1. Proposer, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, une figure traduisant la situation et construire le lieu des points H lorsque le point M décrit le segment $[AB]$.

Quel semble être le lieu du point H ?

Appeler l'examineur pour vérifier le tracé du lieu et la conjecture.

2. Conjecturer les positions du point M sur le segment $[AB]$ pour lesquelles la longueur CH semble maximale, minimale.

Appeler l'examineur pour vérifier ces conjectures.

3. On se propose de démontrer les conjectures émises.

(a) Démontrer la double égalité : $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CO}^2$.

Appeler l'examineur pour lui indiquer les stratégies retenues pour répondre aux questions (b) et (c) suivantes.

(b) Valider ou invalider alors les conjectures faites à la question 2. Calculer les extremums de CH .

(c) Le lieu de H est-il un arc de cercle ?

Production demandée

- Expression des conjectures des questions 1 et 2.
 - Réponses argumentées à la question 3.
-