

EXERCICE 1

6 points

Commun à tous les candidats

Une entreprise étudie la progression de ses bénéfices ou pertes, évalués au premier janvier de chaque année, depuis le 1^{er} janvier 1999. Chaque année est identifiée par son rang.

À l'année 1999 est attribué le rang 0 et à l'année 1999 + n le rang n ainsi 2001 a le rang 2.

Le tableau ci-dessous indique pour chaque rang x_i d'année le bénéfice ou perte réalisé, exprimé en milliers d'euros et noté y_i .

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	-25,000	-3,111	9,892	17,788	22,598	25,566

On cherche à approcher ces bénéfices par une fonction.

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = -e^{(-\frac{x}{2}+4)} + 30.$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unités graphiques 1 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour 4 unités en ordonnées.

1. Ou considère que l'approximation des bénéfices par f est satisfaisante si la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées y_i et les valeurs approchées $f(x_i)$ est inférieure à 0,5.
L'approximation par f est-elle satisfaisante? (Le résultat obtenu à l'aide de la calculatrice constituera une justification acceptable pour cette question.)
2.
 - a. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
 - b. En déduire que \mathcal{C}_f admet une asymptote D dont on précisera l'équation.
 - c. Étudier la position de \mathcal{C}_f par rapport à D.
3.
 - a. Étudier les variations de f sur $[0 ; +\infty[$ et dresser le tableau de variations.
 - b. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.
4.
 - a. En utilisant le modèle que constitue la fonction f , en quelle année le bénéfice évalué au 1^{er} janvier dépassera-t-il 29 800 euros?
 - b. Ce bénéfice atteindra-t-il 30 000 euros? Justifier.
5. Construire \mathcal{C}_f , en faisant apparaître tous les éléments graphiques mis en évidence dans les questions précédentes.

EXERCICE 2

5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une urne contient des jetons bleus, des jetons blancs et des jetons rouges. 10% des jetons sont bleus et il y a trois fois plus de jetons blancs que de jetons bleus. Un joueur tire un jeton au hasard.

- S'il est rouge, il remporte le gain de base.
- S'il est blanc, il remporte le carré du gain de base.
- S'il est bleu, il perd le cube du gain de base.

1. On suppose que le gain de base est 2 euros.
 - a. Déterminer la loi de probabilité sur l'ensemble des résultats possibles.

- b. Calculer le gain moyen que l'on peut espérer réaliser sur un grand nombre de tirages.
2. On cherche à déterminer la valeur g_0 du gain de base, telle que le gain moyen réalisé sur un grand nombre de tirages soit maximal. Le résultat sera arrondi au centime d'euro.

Soit x le gain de base en euros.

- a. Montrer que le problème posé revient à étudier les éventuels extremums de la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = -0,1x^3 + 0,3x^2 + 0,6x.$$

- b. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0; +\infty[$. Déterminer $f'(x)$.
- c. En déduire le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$.
- d. Conclure sur le problème posé.

EXERCICE 2

5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

La figure de l'annexe représente un pavé droit ; le point O est le milieu de [AD].

Soit P le milieu du segment [EF].

1.
 - a. Quel ensemble de points de l'espace a pour équation $z = 2$?
 - b. Déterminer une équation du plan (ABF).
 - c. En déduire un système d'équations qui caractérise la droite (EF).
2.
 - a. Quelles sont les coordonnées des points A, G et P?
 - b. Placer sur la figure le point Q de coordonnées $(0; 0,5; 0)$.
 - c. Déterminer une équation cartésienne du plan (APO).
3.
 - a. Construire sur la figure les segments [PQ] et [AG].
 - b. Le point G appartient-il au plan (APQ)? Justifier.
4. On construit la figure précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie, puis on demande au logiciel de représenter le point d'intersection des droites (AG) et (PQ). Quelle pourrait être la réponse de l'ordinateur?

EXERCICE 3

4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des quatre questions, une et une seule affirmation est exacte.

Indiquez sur votre copie le numéro de la question et recopiez l'affirmation exacte ; aucune justification n'est demandée sauf pour la question 4.

Barème des trois premières questions :

À chaque question est attribué 1 point.

Une réponse inexacte enlève 0,5 point.

Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

1. Soient A et B deux évènements. Il est possible que :
 - $p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,4$ et $p(A \cap B) = 0,1$.
 - $p(A) = 0,7$ et $p(B) = 0,5$ et $p(A \cap B) = 0,2$.
 - $p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,9$ et $p(A \cap B) = -0,1$.

2. Soient A et B deux évènements indépendants tels que $p(A) = 0,3$ et $p(B) = 0,2$. Alors :
- $p(A \cap B) = 0,5$.
 - Les informations précédentes ne suffisent pas à calculer $p(A \cap B)$.
 - $p(A \cap B) = 0,06$.
3. Si A et B sont deux évènements incompatibles mais non impossibles, alors A et B sont indépendants.
- Cette affirmation est vraie.
 - Cette affirmation est fausse.
 - On ne peut pas savoir.
4. On justifiera soigneusement la réponse à cette question.
On répète quatre fois de manière indépendante une expérience aléatoire dont la probabilité de succès est 0,35. Alors la probabilité d'obtenir au moins un succès est:
- environ 0,015.
 - environ 0,821.
 - environ 0,985.

EXERCICE 4

5 points

Commun à tous les candidats

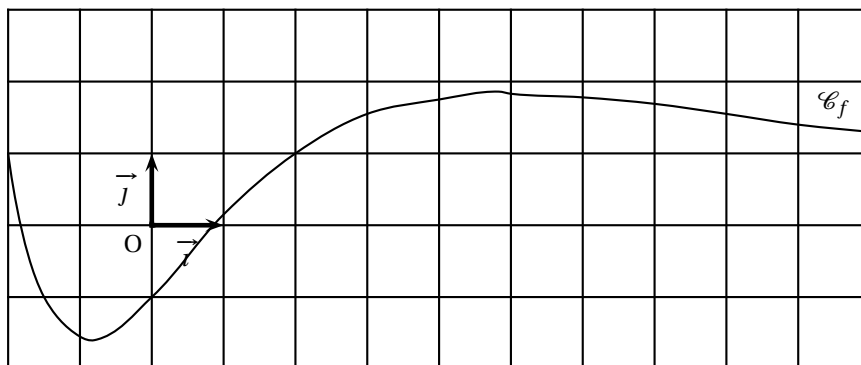
Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-2 ; 10]$. La courbe \mathcal{C}_f ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal.

On précise que le point d'abscisse 4,83 de \mathcal{C}_f a pour ordonnée 1,86 et que cette valeur est le maximum de la fonction f .

On note \mathcal{C}_F la courbe représentative de la primitive F de f qui s'annule en 1. On précise que le point A (5 ; 5,43) appartient à \mathcal{C}_F .

On note $\mathcal{C}_{f'}$ la courbe représentative de la fonction dérivée f' de f .

Toutes les estimations graphiques seront données à 0,25 près. Les résultats des calculs numériques seront arrondis à 10^{-2} .



1.
 - a. Déterminer graphiquement sur quel(s) intervalle(s) $\mathcal{C}_{f'}$ est située en dessous de l'axe des abscisses.
 - b. Déterminer, en justifiant, l'équation réduite de la tangente à \mathcal{C}_f en A.
 - c. Préciser, en justifiant, le sens de variation de F sur l'intervalle $[-2 ; 10]$.
2.
 - a. Déterminer $\int_1^5 f(t) dt$.
 - b. Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle $[a ; b]$ et donner une interprétation de cette notion dans le cas où f est positive.
 - c. Donner la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[1 ; 5]$.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2 (spécialité)

