

⌘ Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2006 ⌘

EXERCICE 1

5 points

Commun à tous les candidats

Un hôpital est composé de trois services : service de soins A, service de soins B, service de soins C. On s'intéresse aux prises de sang effectuées dans cet hôpital.

Partie A Dans le service de soins A

Dans le tableau suivant figure le nombre de prises de sang effectuées dans le service de soins A lors des premiers mois de l'année 2006.

| mois | janvier | février | mars | avril | mai |
|---|---------|---------|------|-------|-----|
| rang du mois x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| nombre de prises de sang effectuées y_i | 51 | 49 | 48 | 46 | 44 |

1. En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.
2. Avec cet ajustement, quel nombre de prises de sang peut-on prévoir pour le mois de décembre 2006 ? (arrondir à l'unité).

Partie B Dans l'ensemble des trois services de soins

On a constaté après l'observation d'une assez longue période que :

- 40 % des prises de sang sont effectuées dans le service de soins A,
- un tiers le sont dans le service de soins B,
- les autres dans le service de soins C.

Les aiguilles utilisées pour effectuer les prises de sang sont fournies soit par le laboratoire GLOBULEX, soit par le laboratoire HÉMATIS ;

- dans le service de soins A, 60 % des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX ;
- dans le service de soins B, $\frac{4}{5}$ des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire HÉMATIS ;
- dans le service de soins C, il y a autant de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX que de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire HÉMATIS.

On choisit au hasard un patient qui a subi une prise de sang dans l'hôpital.

On considère les événements suivants :

- A : « La prise de sang a été effectuée dans le service de soins A. »
- B : « La prise de sang a été effectuée dans le service de soins B. »
- C : « La prise de sang a été effectuée dans le service de soins C. »
- G : « L'aiguille utilisée a été fournie par le laboratoire GLOBULEX. »
- H : « L'aiguille utilisée a été fournie par le laboratoire HÉMATIS. »

Pour toutes les questions, en donnera les valeurs exactes des probabilités demandées

1. Représenter la situation par un arbre en complétant cet arbre autant qu'il est possible.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement « Le patient a subi une prise de sang dans le service de soins B avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS ».
3. Calculer la probabilité de l'évènement H.
4. Le patient a subi une prise de sang avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS.
Déterminer la probabilité que cette prise de sang ait été effectuée dans le service de soins B.

EXERCICE 2

5 points

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse en **justifiant** la réponse fournie.

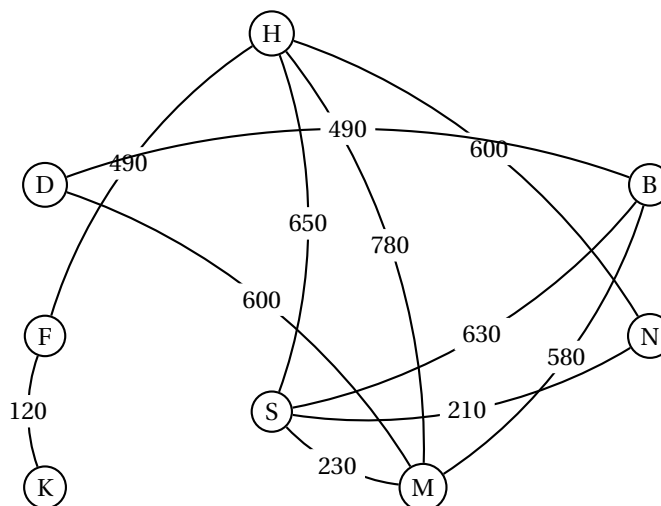
1. La fonction f définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels par $f(x) = 2^x$ a pour dérivée la fonction f' telle que pour tout réel x , $f'(x) = x 2^{x-1}$.
2. L'équation $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(3x+5)$ a une autre solution réelle que le nombre 1.
3. En 20 ans, la population d'une commune rurale a augmenté de 40 %. Le taux d'accroissement moyen annuel, arrondi à 10^{-2} , est de 1,70 %.
4. La valeur moyenne sur l'intervalle $[0; 4]$ de la fonction qui à x associe e^{-x} est $\frac{1-e^{-4}}{4}$.
5. Une étude statistique sur des séances de « tir au but » a montré que 75 % des tirs au but étaient réussis. Au cours d'un match de football, 4 tirs au but, que l'on suppose être des épreuves aléatoires indépendantes, ont été effectués.
Affirmation : « La probabilité qu'au moins un des quatre tirs au but échoue est $0,25^4$. »

EXERCICE 2

5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. À l'occasion de la coupe du monde de football 2006 en Allemagne, une agence touristique organise des voyages en car à travers les différentes villes où se joueront les matchs d'une équipe nationale. Les routes empruntées par les cars sont représentées par le graphe ci-dessous. Le long de chaque arête figure la distance en kilomètres séparant les villes.
Les lettres B, D, F, H, K, M, N et S représentent les villes Berlin, Dortmund, Francfort, Hambourg, Kaiserslautern, Munich, Nuremberg et Stuttgart.



En précisant la méthode utilisée, déterminer le plus court chemin possible pour aller de Kaiserslautern à Berlin en utilisant les cars de cette agence.

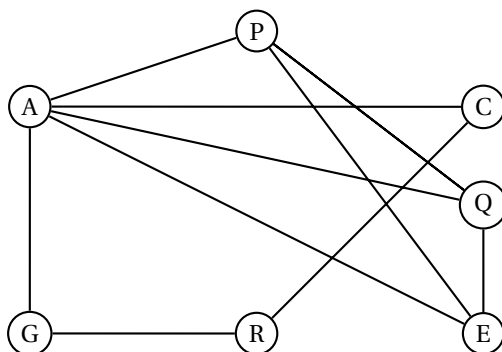
2. Pour des raisons de sécurité, les supporters de certaines équipes nationales participant à la coupe du monde de football en 2006 ne peuvent être logés dans le même hôtel.

L'objectif de cette question consiste à rechercher une répartition des supporters afin d'utiliser le minimum d'hôtels.

On donne ci-dessous le graphe d'incompatibilité entre les supporters de différentes équipes : par exemple, un supporter de l'équipe A ne peut être logé

avec un supporter de l'équipe B .

Ce même graphe figure sur la feuille annexe qui peut être rendue avec la copie.



- Déterminer le nombre chromatique de ce graphe en justifiant la valeur trouvée.
- Proposer une répartition des supporters par hôtel en utilisant un nombre minimum d'hôtels.

EXERCICE 3

7 points

Commun à tous les candidats

Partie A

- Résoudre, dans l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels, l'équation :

$$2X^2 - 15X + 18 = 0.$$

- En déduire

- les solutions de l'équation : $2e^{2x} - 15e^x + 18 = 0$;
- le signe de $2e^{2x} - 15e^x + 18$ selon les valeurs de x .

Partie B

Soit f la fonction définie par :

$$\text{pour tout nombre réel } x \text{ de l'intervalle }]\ln 3; +\infty[, f(x) = 2x - 2 + \frac{3}{e^x - 3}.$$

On note (\mathcal{C}_f) la courbe représentative de la fonction f relativement à un repère orthonormal (unité graphique 2 cm).

- Déterminer la limite de la fonction f en $\ln 3$. Que peut-on en déduire pour (\mathcal{C}_f) ?
- Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à la courbe (\mathcal{C}_f) en $+\infty$.
Quelle est la limite de la fonction f en $+\infty$?
- Étudier la position relative de (\mathcal{C}_f) et (D).

4. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $] \ln 3 ; +\infty[$; on note f' sa dérivée. Montrer que :

$$\text{pour tout nombre réel } x \text{ de l'intervalle }] \ln 3 ; +\infty[, f'(x) = \frac{2e^{2x} - 15e^x + 18}{(e^x - 3)^2}.$$

En déduire, à l'aide de la partie A, le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations de f .

5. Tracer la courbe (\mathcal{C}_f) ainsi que ses asymptotes. (Si la fonction présente un minimum ou un maximum, le mettre en évidence.)
6. a. Montrer que :

$$\text{pour tout réel } x \text{ de l'intervalle }] \ln 3 ; +\infty[, f(x) = 2x - 3 + \frac{e^x}{e^x - 3}.$$

- b. Soit g la fonction définie par :

$$\text{pour tout réel } x \text{ de l'intervalle }] \ln 3 ; +\infty[, g(x) = \frac{e^x}{e^x - 3}.$$

Déterminer une primitive de la fonction g sur l'intervalle $] \ln 3 ; +\infty[$.

- c. En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $] \ln 3 ; +\infty[$.

EXERCICE 4

3 points

Commun à tous les candidats

Pour cet exercice, il est conseillé aux candidats d'expliquer leurs recherches sur leur copie car toute démarche correcte, y compris avec la calculatrice, sera valorisée même si elle ne permet pas d'aboutir au résultat demandé.

Bruno a occupé un emploi saisonnier du 1^{er} juin 2005 au 30 septembre 2005 en tant que commercial pour une entreprise de produits surgelés. Pour ses besoins professionnels, il a utilisé un téléphone portable et l'opérateur téléphonique lui a proposé la formule suivante :

- au 1^{er} juin, il disposait d'un forfait de 420 minutes de communication ;
- au 1^{er} juillet, il lui restait 300 minutes sur son forfait et l'opérateur lui a offert une durée supplémentaire de communication égale à $t\%$ de la durée restante sur son forfait avec $5 < t < 20$;
- en juillet, il a consommé 120 minutes, et au 1^{er} août, l'opérateur lui a à nouveau offert une durée supplémentaire de communication égale à $t\%$ de la durée restante sur son forfait ;
- en août, il a consommé 120 minutes, et au 1^{er} septembre, l'opérateur lui a encore offert une durée supplémentaire de communication égale à $t\%$ de la durée restante sur son forfait ;
- en septembre, il a consommé 120 minutes, et au 1^{er} octobre il a rendu son téléphone en ayant tout consommé.

Déterminer une approximation à 10^{-2} près de la valeur de t .

Annexe

(peut être utilisée pour l'exercice 2, enseignement de spécialité, et rendue avec la copie)

