

José OUIN

Ingénieur INSA Toulouse
Ancien élève de l'ENS Cachan
Professeur Agrégé de Génie civil
Professeur Agrégé de Mathématiques

Mathématiques pour le BUT Génie civil – Construction durable

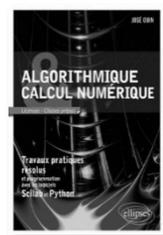
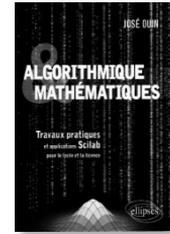
BUT 2^{ème} année

Rappels de cours et exercices corrigés

BUT, BTS, Licence.



Du même auteur aux Editions Ellipses et Educalive



ISBN : 978-2-9592760-7-1

© José OUIN – 2024 – <https://www.joseouin.fr>

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les "copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective" et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, "toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayant cause, est illicite" (alinéa 1^{er} de l'article 40).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'auteur ou du Centre français du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

Avant-Propos

Dans le domaine exigeant du Génie civil, les mathématiques jouent un rôle essentiel, fournissant les outils nécessaires à la compréhension et à la résolution de problèmes complexes. Pour les étudiants en BUT Génie civil – Construction durable, consolider leurs bases en mathématiques appliquées est une étape cruciale dans leur formation.

Cet ouvrage, conçu avec une attention particulière à la rigueur et à la clarté, vise à accompagner les étudiants tout au long de leur parcours académique. En rassemblant des rappels de cours clairs et des exercices résolus et détaillés, il offre un support méthodique pour aborder les concepts fondamentaux et leur application pratique dans le domaine du Génie civil.

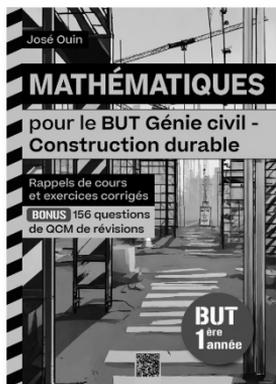
Ce livre constitue le deuxième volet d'une série de trois ouvrages destinés aux étudiants en première, deuxième et troisième année du BUT Génie civil – Construction durable. Chaque ouvrage est conçu pour correspondre au niveau spécifique de l'étudiant et pour fournir une progression cohérente dans l'apprentissage des mathématiques appliquées.

Je suis convaincu que cet ouvrage saura répondre aux attentes des étudiants et des enseignants en offrant un soutien indispensable pour consolider leurs bases en mathématiques. Que ce livre soit un compagnon de route fiable dans leur quête de connaissances et un maillon essentiel dans la chaîne de leur succès académique.

José OUIN

Présentation détaillée des trois ouvrages suivants :

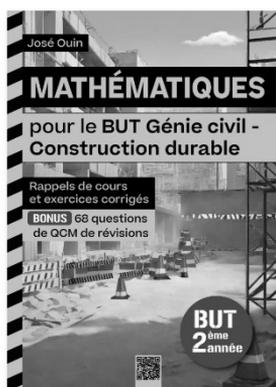
Mathématiques pour le BUT Génie civil – Construction durable



ISBN : 978-2-9592760-6-4

MATHÉMATIQUES – BUT 1^{ère} année Pour le BUT Génie civil – Construction Durable

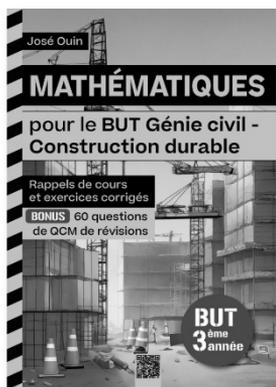
- Prérequis essentiels
- Fonction logarithme et fonction exponentielle
- Trigonométrie
- Géométrie dans le plan
- Généralités sur les fonctions
- Fonctions réciproques
- Calcul intégral



ISBN : 978-2-9592760-7-1

MATHÉMATIQUES – BUT 2^{ème} année Pour le BUT Génie civil – Construction Durable

- Equations différentielles
- Calcul matriciel
- Géométrie dans l'espace
- Fonctions de plusieurs variables
- Opérateurs différentiels
- Calcul d'incertitudes



ISBN : 978-2-9592760-8-8

MATHÉMATIQUES – BUT 3^{ème} année Pour le BUT Génie civil – Construction Durable

- Intégrales doubles
- Algèbre linéaire – Diagonalisation de matrices

Table des matières



Première partie

Equations différentielles

Présentation de la première partie	11
1- Définitions	13
1-1. Équation différentielle	13
1-2. Ordre d'une équation différentielle	14
1-3. Équation différentielle à variables séparables	14
2- Équations différentielles linéaires d'ordre 1	15
2-1. Définition	15
2-2. Équation sans second membre	15
2-3. Équation avec second membre	16
2-4. Recherche d'une solution particulière : Méthode de variation de la constante	16
2-4.1 Méthode de variation de la constante	17
2-4.2 Cas particuliers pour une équation différentielle d'ordre 1 à coefficients constants ..	19
3- Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants...20	
3-1. Définition	20
3-2. Équation sans second membre	20
3-2.1 Équation caractéristique	20
3-2.2 Rappels sur les équations du second degré	20
3-2.3 Cas où l'équation caractéristique possède deux racines réelles	21
3-2.4 Cas où l'équation caractéristique possède une racine double	22
3-2.5 Cas où l'équation caractéristique possède deux racines complexes	22
3-3. Équation avec second membre	22
3-4. Recherche d'une solution particulière	23
4- Exercices pour s'entraîner	25
5- QCM de révisions	45



Deuxième partie

Calcul matriciel

Présentation de la deuxième partie	65
1- Notion d'espace vectoriel.....	68
1-1. Définition d'un espace vectoriel.....	68
1-2. Sous-espace vectoriel	69
2- Base et dimension d'un espace vectoriel	69
2-1. Combinaison linéaire de vecteurs	69
2-2. Base d'un espace vectoriel.....	69
2-3. Coordonnées d'un vecteur dans une base.....	69
2-4. Dimension d'un espace vectoriel.....	70
2-5. Déterminant en dimension 2 ou 3.....	70
2-5.1 Cas de la dimension 2.....	70
2-5.2 Cas de la dimension 3.....	71
3- Application linéaire	71
3-1. Définition d'une application linéaire	71
3-2. Noyau d'une application linéaire.....	72
4- Matrice d'une application linéaire	72
4-1. Définition	72
4-2. Produit matriciel.....	73
5- Calculs avec des matrices	74
5-1. Déterminant d'une matrice	74
5-2. Transposée d'une matrice	74
5-3. Addition de matrices.....	75
5-4. Multiplication d'une matrice par un nombre réel.....	75
5-5. Produit de matrices.....	76
5-6. Matrice unité.....	77
5-7. Inverse d'une matrice	77
5-8. Détermination de la matrice inverse	78
5-8.1 Mineur et cofacteur.....	78
5-8.2 Développement suivant une ligne ou une colonne	78
5-8.3 Application au calcul des matrices inverses	79
5-9. Résolution de systèmes	79
6- Exercices pour s'entraîner	81
7- QCM de révisions	93



Troisième partie

Géométrie dans l'espace

Présentation de la troisième partie	113
1- Coordonnées et norme d'un vecteur.....	115
2- Produit scalaire	115
2-1. Formulation du produit scalaire	115
2-1.1 Expression analytique	115
2-1.2 Expression géométrique.....	115
2-2. Orthogonalité de deux vecteurs.....	115
2-3. Équation d'une sphère dans l'espace.....	116
3- Produit vectoriel	116
3-1. Trièdre direct	116
3-2. Définition et interprétation graphique du produit vectoriel	116
3-3. Calcul des coordonnées	117
4- Équation cartésienne d'un plan dans l'espace	118
4-1. Caractérisation d'un plan dans l'espace.....	118
4-2. Détermination de l'équation d'un plan dans l'espace	118
4-3. Distance d'un point à un plan	119
5- Équations d'une droite dans l'espace.....	120
5-1. Caractérisation d'une droite dans l'espace.....	120
5-2. Détermination des équations d'une droite dans l'espace	121
5-2.1 Représentation paramétrique d'une droite	121
5-2.2 Système d'équations cartésiennes d'une droite	121
6- Exercices pour s'entraîner	123
7- QCM de révisions	133



Quatrième partie

Fonctions de plusieurs variables

Présentation de la quatrième partie	153
1- Généralités	155
1-1. Définition	155
1-2. Dérivées partielles	155
1-2.1 Définition de la dérivée partielle	155
1-2.2 Dérivées partielles secondes.....	156
1-3. Représentation graphique	157
2- Recherche d'extrema	158
2-1. Définition d'un point critique	158
2-2. Détermination d'un extremum local en un point critique.....	158
2-2.1 Définitions.....	158
2-2.2 Théorème	159
3- Exercices pour s'entraîner	161



Cinquième partie

Opérateurs différentiels

Présentation de la cinquième partie	171
1- Fonctions de trois variables.....	173
1-1. Définition	173
1-2. Dérivées partielles d'une fonction de trois variables	173
1-2.1 Dérivées partielles.....	173
1-2.2 Dérivées partielles secondes.....	174
2- Gradient d'une fonction de trois variables	174
2-1. Définition	174
2-2. Exemple de gradient dans une seule direction.....	174
2-3. Exemple de gradient de température dans l'espace	175
3- Laplacien d'une fonction de trois variables	175
3-1. Définition	175
3-2. Exemple de laplacien : équation de la chaleur	176
4- Champ vectoriel	176
4-1. Définition	176
4-2. Divergence d'un champ vectoriel	177
4-3. Rotationnel d'un champ vectoriel	177
4-4. Relations entre les différentes grandeurs.....	178
4-4.1 Divergence du rotationnel.....	178
4-4.2 Rotationnel du gradient	179
4-4.3 Divergence du gradient	179
5- Exercices pour s'entraîner	181



Sixième partie

Calculs d'incertitudes

Présentation de la sixième partie	189
1- Définitions	191
2- Cas d'une fonction d'une seule variable.....	191
3- Conventions d'écriture	192
4- Cas d'une fonction de plusieurs variables	193
5- Exercices pour s'entraîner	195

Cet ouvrage a été achevé en mai 2024

Dépôt légal : mai 2024

Déposé auprès de la BnF (Bibliothèque Nationale de France)