

José OUIN
Ingénieur INSA Toulouse
Professeur Agrégé de Mathématiques
Professeur Agrégé de Génie Civil

TRANSFERTS THERMIQUES PAR LA PRATIQUE

Rappels de cours et exercices corrigés

Du même auteur aux Editions Ellipses et Educavivres



ISBN : 978-2-9592760-2-6

© José OUIIN



Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les "copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective" et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, "toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayant cause, est illicite" (alinéa 1^{er} de l'article 40).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'auteur ou du Centre français du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

www.joseouin.fr

Avant-propos

L'étude des transferts thermiques est cruciale pour appréhender les phénomènes technologiques au cœur des grandes branches industrielles telles que le génie civil, le génie énergétique, le génie électrique et le génie mécanique. Ces transferts thermiques, englobant le rayonnement, la convection et la conduction, sont des mécanismes omniprésents dans notre quotidien et revêtent une importance particulière dans des domaines aussi variés que la conception de bâtiments, la production d'énergie, l'électromagnétisme et la mécanique des fluides.

Cet ouvrage a été conçu dans le but de faciliter la compréhension de ces phénomènes complexes. Il propose des rappels de cours concis et des exercices variés, offrant ainsi aux enseignants, aux étudiants et à tous les passionnés la possibilité d'approfondir leurs connaissances dans le vaste domaine des transferts thermiques.

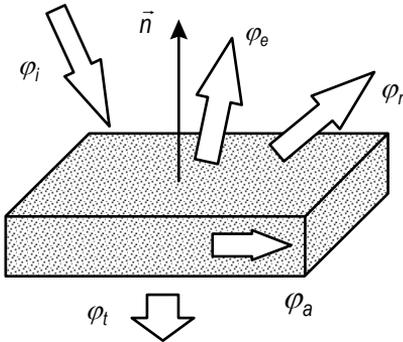
J'espère que cet ouvrage sera une ressource précieuse pour ceux qui cherchent à maîtriser les fondements physiques essentiels régissant ces processus thermiques.

Cordialement.
José OUIN

1 - TRANSFERT THERMIQUE PAR RAYONNEMENT

Le transfert thermique par rayonnement s'effectue sans support matériel et se caractérise par la propagation d'ondes électromagnétiques.

La figure ci-dessous représente les cinq flux thermiques surfaciques qui peuvent coexister.



Notations :

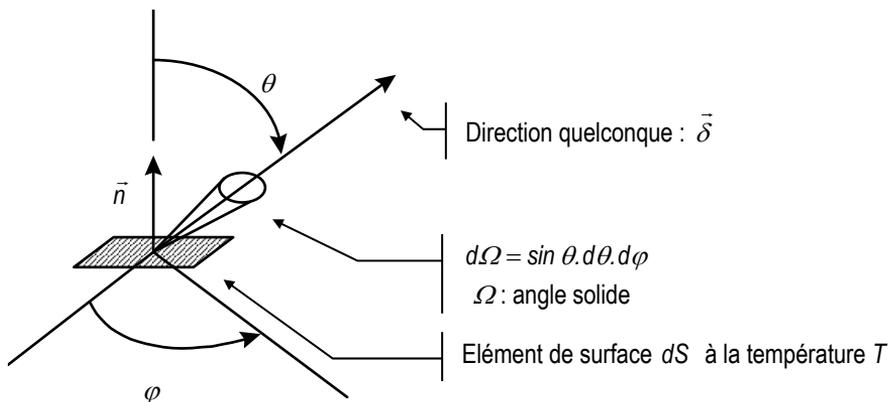
- φ_i : flux incident en W.m^{-2} .
- φ_e : flux émis en W.m^{-2} .
- φ_a : flux absorbé en W.m^{-2} .
- φ_r : flux réfléchi en W.m^{-2} .
- φ_t : flux transmis W.m^{-2} .
- \vec{n} : normale à la surface.

On étudie les échanges radiatifs des corps opaques, le flux transmis est donc égal à zéro : $\varphi_t = 0$

1-1. Emission d'un corps

1-1.1 Expression du flux émis par unité de surface

Le flux émis par unité de surface est noté φ_e et est exprimé en W.m^{-2} .



1-5.2 Expression du flux radiatif d'une surface en fonction des luminances monochromatiques

On commence par déterminer l'expression du flux radiatif d'une surface S_j en fonction des luminances monochromatiques $L_{\lambda,p,j}(\lambda, T)$ et $L_{\lambda,i,j}(\lambda)$. Le flux radiatif de la surface S_j a pour expression :

$$\varphi_j = \varphi_{p,j} - \varphi_{i,j}$$

en remplaçant les flux surfaciques $\varphi_{p,j}$ et $\varphi_{i,j}$ par leurs expressions, on obtient l'expression suivante :

$$\varphi_j = \int_{\lambda=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} [L_{\lambda,p,j}(\lambda, T_j) - L_{\lambda,i,j}(\lambda)] \cdot \cos \theta \cdot d\Omega \cdot d\lambda$$

$$\varphi_j = \int_{\lambda=0}^{\infty} [L_{\lambda,p,j}(\lambda, T_j) - L_{\lambda,i,j}(\lambda)] \cdot d\lambda \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \cos \theta \cdot d\Omega$$

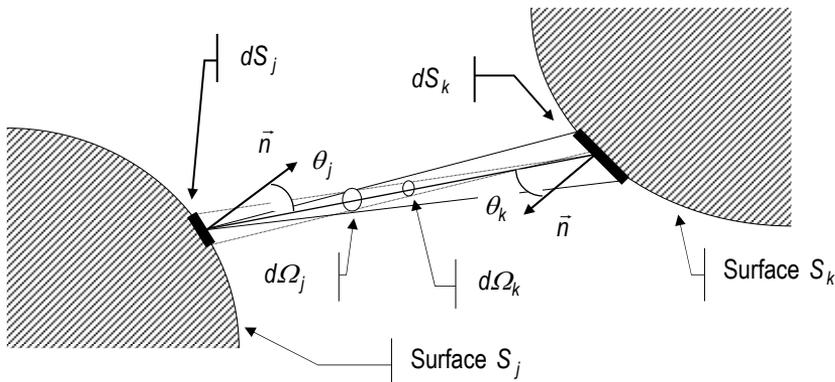
avec : $d\Omega = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$

On obtient finalement l'expression du flux radiatif de la surface S_j

$$\varphi_j = \pi \cdot \int_{\lambda=0}^{\infty} [L_{\lambda,p,j}(\lambda, T_j) - L_{\lambda,i,j}(\lambda)] \cdot d\lambda$$

avec : $L_{\lambda,p,j}(\lambda, T_j) = \varepsilon_{\lambda,j}(\lambda, T_j) \cdot L_{\lambda}^0(\lambda, T_j) + [1 - \varepsilon_{\lambda,j}(\lambda, T_j)] \cdot L_{\lambda,i,j}(\lambda)$

1-5.3 Définition du facteur de forme

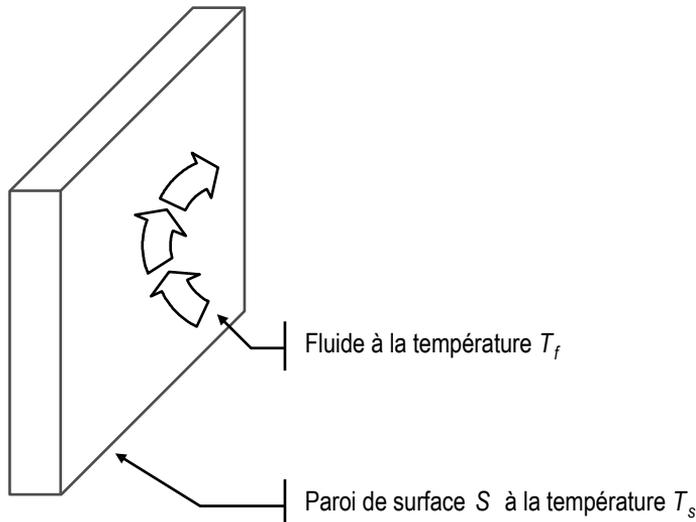


2 - TRANSFERT THERMIQUE PAR CONVECTION

Le transfert thermique par convection est le mode de transmission de la chaleur entre un fluide en mouvement et un solide. On étudie le transfert thermique par convection en régime permanent.

2-1. Loi de Newton

On considère la surface d'une paroi à la température T_s en contact avec le fluide en mouvement du milieu ambiant à la température T_f .



Le flux thermique échangé entre la surface et le fluide en mouvement a l'expression suivante :

$$\Phi = h \cdot S \cdot (T_s - T_f)$$

Notations :

Φ : flux thermique échangé par convection en W

h : coefficient d'échange par convection en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

Il suffit de connaître le coefficient d'échange par convection pour pouvoir déterminer le flux thermique échangé par convection. Ce coefficient d'échange par convection sera déterminé par une formule de corrélation faisant intervenir des nombres caractéristiques sans dimension.

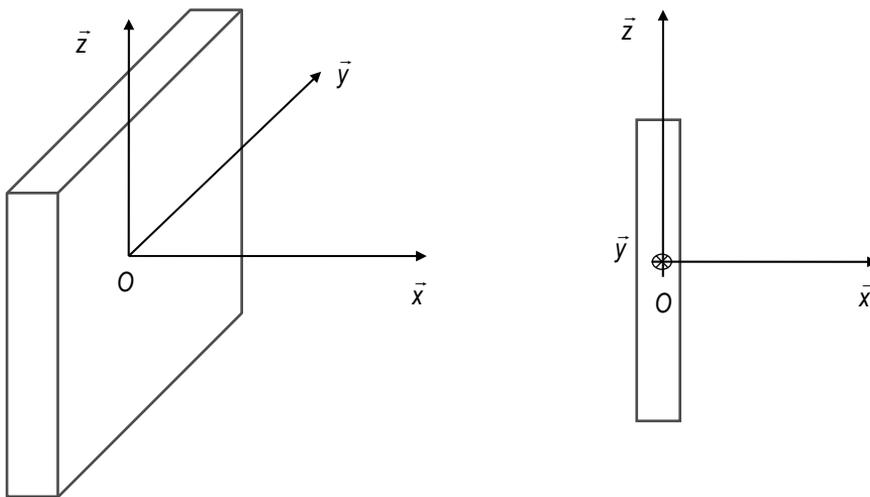
3 - TRANSFERT THERMIQUE PAR CONDUCTION

Le transfert thermique par conduction est le mode de transfert de chaleur à l'intérieur d'un solide. On étudie le transfert thermique par conduction en régime permanent.

3-1. Définitions

3-1.1 Densité de flux thermique

On fait hypothèse de surfaces isothermes constituées par des plans (O, \vec{y}, \vec{z}) parallèles entre eux. On considère que la conductivité thermique des matériaux est indépendante de la température.



La densité de flux thermique φ qui traverse un plan (O, \vec{y}, \vec{z}) de surface unité est exprimée en $W.m^{-2}$ et son expression est la suivante :

$$\varphi = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

Notations :

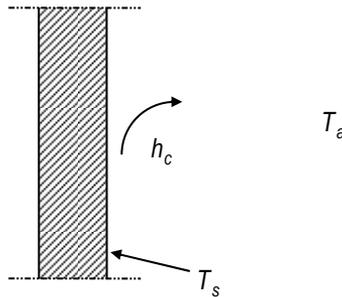
λ : conductivité thermique du matériau en $W.m^{-1}.K^{-1}$

4 - TRANSFERT THERMIQUE MIXTE

On étudie le transfert thermique global à travers une paroi, en régime permanent, en tenant compte des échanges par conduction à l'intérieur de la paroi et des échanges par convection entre la paroi et le milieu extérieur.

Le transfert thermique entre la paroi et le milieu extérieur peut être la somme d'un transfert thermique par convection et d'un transfert thermique par rayonnement. On définit, dans ce cas, un coefficient d'échange radio convectif h qui tient compte des deux modes de transfert thermique. On se propose de déterminer l'expression du coefficient d'échange radio convectif h .

On considère une paroi dont l'une des deux faces, de surface S et d'émissivité ε , est à la température T_s . On note h_c le coefficient d'échange par convection entre la paroi et le milieu extérieur à la température T_a .



Le flux thermique total est égal à la somme du flux thermique dû aux échanges par convection et du flux thermique dû aux échanges par rayonnement.

$$\Phi = \Phi_{cv} + \Phi_r$$

avec : $\Phi_{cv} = h_c \cdot S \cdot [T_s - T_a]$

et $\Phi_r = \varepsilon \cdot S \cdot \sigma \cdot [T_s^4 - T_a^4] = \varepsilon \cdot S \cdot \sigma \cdot [T_s^2 + T_a^2] \cdot [T_s + T_a] \cdot [T_s - T_a]$

On peut écrire le flux thermique dû aux échanges par rayonnement sous la forme suivante :

$$\Phi_r = h_r \cdot S \cdot [T_s - T_a]$$

avec : $h_r = \varepsilon \cdot \sigma \cdot [T_s^2 + T_a^2] \cdot [T_s + T_a] \approx 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_m^3$

où T_m est la température moyenne : $T_m = \frac{T_s + T_a}{2}$

On en déduit l'expression du flux thermique total :

$$\Phi = [h_c + h_r] \cdot S \cdot [T_s - T_a] = h \cdot S \cdot [T_s - T_a]$$

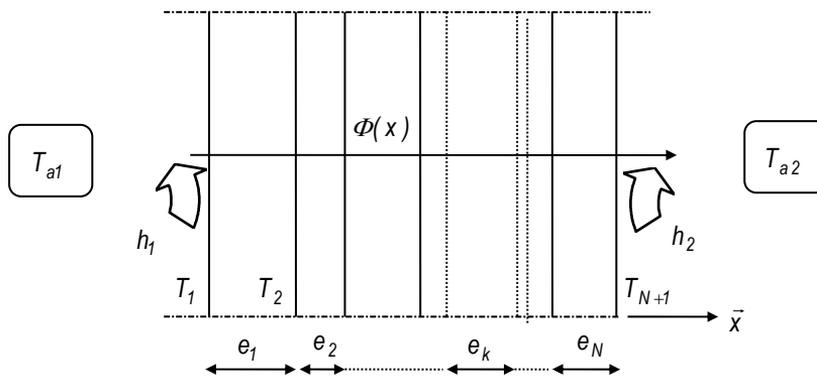
où h est le coefficient d'échange radio convectif.

4-1. Etude des modèles élémentaires

4-1.1 Modèle du mur (cas de N couches en série)

• Expression du flux thermique et de la résistance thermique

La figure ci-dessous représente la coupe transversale d'une paroi composée de N couches de surfaces S , d'épaisseurs respectives $e_1, e_2, \dots, e_k, \dots, e_N$ et de conductivités thermiques $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \dots, \lambda_N$. On note h_1 le coefficient d'échange par convection entre la paroi et le fluide à la température T_{a1} et h_2 le coefficient d'échange par convection entre la paroi et le fluide à la température T_{a2} .



Le flux thermique est exprimé en W et son expression est la suivante :

$$\Phi = \frac{S \cdot (T_{a1} - T_{a2})}{R_{thg}} = K_g \cdot S \cdot (T_{a1} - T_{a2})$$

Notations :

R_{thg} : résistance thermique globale de la paroi en $W^{-1} \cdot m^2 \cdot K$

K_g : conductance thermique globale de la paroi en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

avec :
$$R_{thg} = \frac{1}{h_1} + \sum_{i=1}^{i=N} \left[\frac{e_i}{\lambda_i} \right] + \frac{1}{h_2} = \frac{1}{K_g}$$

Deuxième partie

APPLICATIONS

Etude d'une conduite d'alimentation en azote liquide

Pour transférer de l'azote liquide, on utilise une conduite formée de deux tubes en acier inoxydable, coaxiaux, entre lesquels on a fait le vide. La figure ci-dessous représente la section droite de la conduite.

Le tube intérieur ① a un rayon $R_1 = 1\text{ cm}$ et est porté à la température de l'azote liquide en équilibre avec sa vapeur à la pression atmosphérique, soit $T_1 = 77\text{ K}$.

Le tube extérieur ②, de rayon $R_2 = 3\text{ cm}$, est à la température ambiante, soit $T_2 = 300\text{ K}$.

On note $L = 198,6\text{ kJ.kg}^{-1}$ la chaleur latente de vaporisation de l'azote.

On note $\sigma = 5,67.10^{-8}\text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ la constante de Stephan-Boltzmann.

Travail demandé

1) Calculer les quatre facteurs de forme F_{1-1} , F_{1-2} , F_{2-1} et F_{2-2} , en négligeant les effets des extrémités.

2) Calculer le flux radiatif, par unité de longueur, en régime établi, de la surface du tube intérieur ① en supposant que les surfaces en regard sont noires.

3) On suppose que les surfaces en regard soient grises et diffuses. Leurs émissivités (ou facteurs d'émission) valent respectivement $\varepsilon_1 = 0,1$ et $\varepsilon_2 = 0,2$.

Calculer le flux radiatif, par unité de longueur, en régime établi, de la surface du tube intérieur ①.

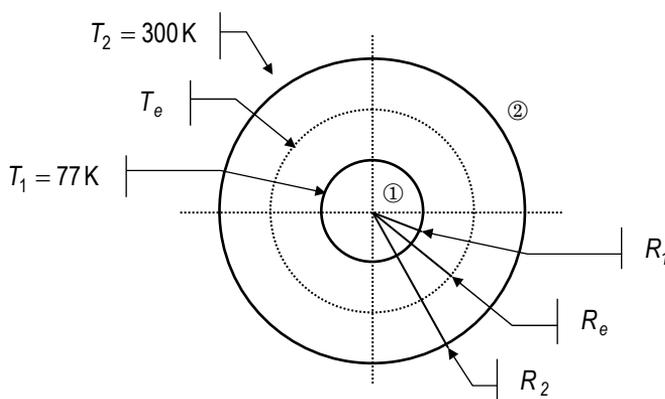
4) Calculer la masse m d'azote vaporisée par seconde, par unité de longueur de conduite.

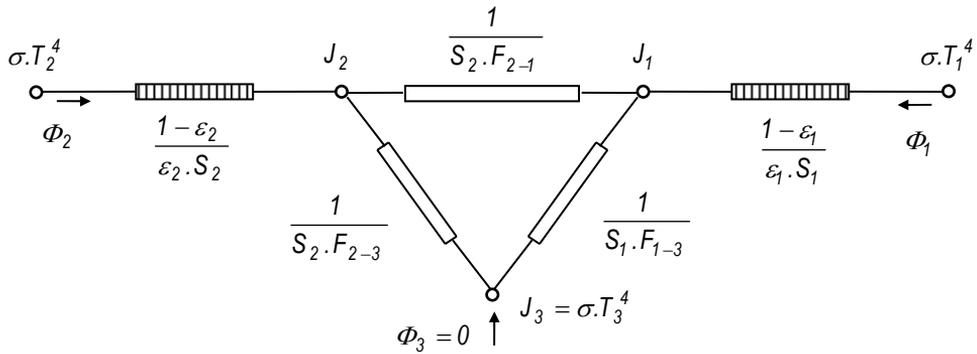
5) Afin de diminuer les pertes d'azote, on place un écran thermique, entre les deux tubes, constitué d'un troisième tube coaxial de rayon $R_e = 2\text{ cm}$ dont les émissivités des faces intérieure et extérieure sont égales à $\varepsilon_e = 0,05$.

Calculer la température T_e de l'écran en régime établi.

6) Calculer la nouvelle valeur du flux radiatif, par unité de longueur, en régime établi, de la surface du tube intérieur ①.

7) Calculer la masse m d'azote vaporisée par seconde, par unité de longueur de conduite. La mise en place d'un écran thermique est-elle rentable ?





La loi des nœuds dans ce circuit électrique permet d'écrire les trois équations suivantes :

$$\frac{\sigma T_2^4 - J_2}{\frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot S_2}} + \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{S_2 \cdot F_{2-1}}} + \frac{J_3 - J_2}{\frac{1}{S_2 \cdot F_{2-3}}} = 0$$

$$\frac{\sigma T_1^4 - J_1}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot S_1}} + \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{F_{2-1} \cdot S_2}} + \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{F_{1-3} \cdot S_1}} = 0$$

$$0 + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{F_{2-3} \cdot S_2}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{F_{1-3} \cdot S_1}} = 0$$

En remplaçant les émissivités, les facteurs de forme et les surfaces par leurs valeurs numériques, on obtient un système de trois équations où les inconnues sont les trois radiosités.

$$2,40 \cdot J_1 - 7,589\,473 \cdot J_2 + 4,40 \cdot J_3 = -0,789\,473 \cdot \sigma \cdot T_2^4 = -329,906\,747$$

$$-6,315\,789 \cdot J_1 + 2,40 \cdot J_2 + 3,60 \cdot J_3 = -0,315\,789 \cdot \sigma \cdot T_1^4 = -171,853\,37$$

$$3,60 \cdot J_1 + 4,40 \cdot J_2 - 8 \cdot J_3 = 0$$

La résolution de ce système donne les valeurs suivantes des radiosités :

$$J_1 = 458,39 \text{ W.m}^{-2}$$

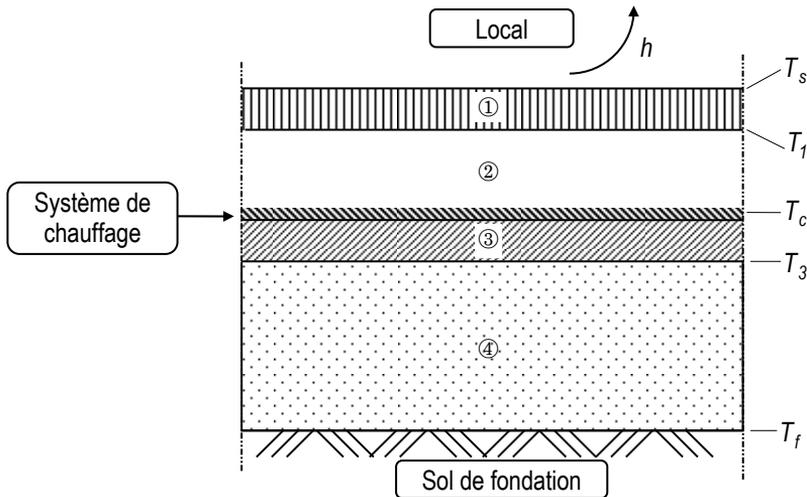
$$J_2 = 452,21 \text{ W.m}^{-2}$$

$$J_3 = 454,99 \text{ W.m}^{-2}$$

Etude d'un plancher chauffant

La figure ci-dessous représente la coupe transversale d'un plancher dans lequel on a incorporé un système de chauffage. Ce système est constitué d'un tube dans lequel circule de l'eau à la température moyenne supposée constante $T_c = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$. On assimile le système de chauffage à un plan horizontal à la température uniforme $T_c = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$.

On note $T_a = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $T_f = 7\text{ }^{\circ}\text{C}$ respectivement la température du local et la température du sol de fondation. On note $h = 10\text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ le coefficient d'échange par convection entre la surface du revêtement du plancher à la température T_s et le milieu ambiant à la température T_a .



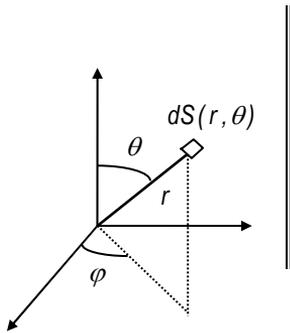
Les caractéristiques des matériaux constituant le plancher sont les suivantes :

Désignations	Indices	Conductivités thermiques en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	Epaisseurs en cm
Revêtement	①	2,50	1
Mortier	②	1,15	5
Isolant	③	0,02	2
Béton	④	1,40	10

Travail demandé

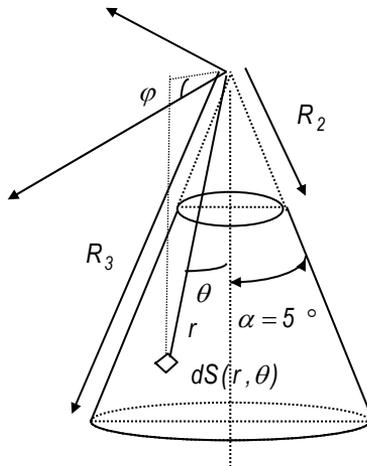
- 1) Calculer la puissance totale délivrée par le système de chauffage par m^2 de plancher chauffant.
- 2) Calculer les températures T_s , T_1 et T_3 .
- 3) Calculer le pourcentage de puissance perdu par le sol de fondation.

On commence par exprimer $S(r)$:



$$dS(r, \theta) = r \cdot \sin \theta \cdot d\varphi \cdot r \cdot d\theta = r^2 \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

$$S(r, \alpha) = \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=\alpha} r^2 \cdot \sin \theta \cdot d\theta = 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot (1 - \cos \alpha)$$



Détail d'un support conique

La résistance R_{th2} a donc pour expression :

$$R_{th2} = \frac{1}{\lambda_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot (1 - \cos \alpha)} \cdot \int_{R_2}^{R_3} \frac{dr}{r^2} ; R_{th2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_2 \cdot (1 - \cos \alpha)} \cdot \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \right]$$

La résistance thermique totale a pour expression :

$$R_T = R_{th1} + R_{equ} + R_{th3} + R_{th4} + R_e$$

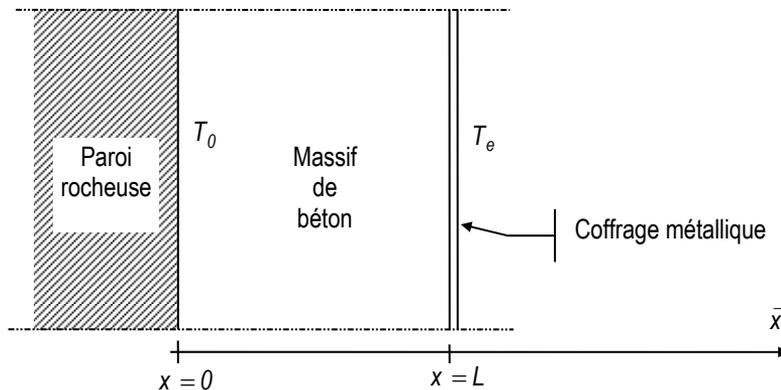
$$R_T = 480,86 \text{ W}^{-1} \cdot \text{K}$$

Etude d'un massif de béton

Cette étude est tirée d'un sujet d'agrégation de génie civil Option A : Structures et ouvrages.

Un massif de béton d'épaisseur L est coulé contre une paroi rocheuse dont la surface, dans le cas considéré, est isotherme à la température T_0 . La prise du béton correspond à une réaction chimique exothermique dont la puissance moyenne par unité de volume est notée P . Ce massif de béton, de conductivité thermique λ , est compris entre la paroi rocheuse et un coffrage métallique dont la résistance thermique peut être négligée. Le problème est traité en régime permanent et en monodimensionnel.

1) Premier cas : Le coffrage est arrosé en permanence avec de l'eau froide et l'on considère que le coffrage est à la température T_e de cette eau.



Travail demandé

1.1) Etablir l'équation donnant la température $T(x)$ dans le massif de béton.

1.2) Mettre l'équation obtenue, au 1.1, sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\Theta = [1 - \alpha] \cdot [1 + Z \cdot \alpha]$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{x}{L} \text{ et } \Theta = \frac{T(\alpha) - T_e}{T_0 - T_e}$$

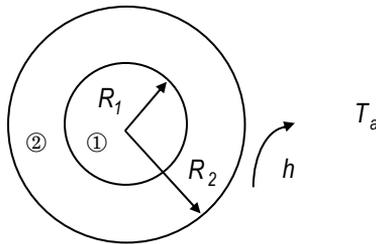
En déduire Z , étudier la fonction $\Theta = f(\alpha)$ pour les différentes valeurs de Z ($0, +1, +15$) et tracer les courbes correspondantes. A quel cas particulier correspond $Z = 0$?

1.3) Calculer la densité de flux $\varphi(\alpha)$ et montrer qu'elle peut changer de signe.

Etude d'un fil électrique

La figure ci-dessous représente la coupe transversale d'un fil électrique en cuivre ① de rayon $R_1 = 1,50 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, infiniment long, de conductivité thermique $\lambda_1 = 400 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et de résistivité $\rho = 1,50 \cdot 10^{-8} \Omega.\text{m}$, indépendante de la température. Ce fil est traversé par un courant électrique continu d'intensité constante $I = 30 \text{ A}$.

Le fil de cuivre est entouré d'une gaine ② de rayon R_2 et de conductivité thermique $\lambda_2 = 0,06 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. L'ensemble fil et gaine échange de l'énergie avec le milieu extérieur par convection. On note $h = 20 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ le coefficient d'échange par convection et $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ la température du milieu extérieur.



Travail demandé

- 1) Montrer que le fil de cuivre est pratiquement isotherme.
On notera alors T_f la température d'une section droite de fil.
- 2) Déterminer l'expression de la température T_f du fil de cuivre.
- 3) Déterminer l'expression de la température $T_2(r)$ de la gaine.
- 4) Montrer, que dans certaines conditions que l'on précisera, il existe pour une intensité donnée un rayon $R_2 = R_0$ pour lequel la température du fil de cuivre atteint sa plus petite valeur T_0 . Calculer R_0 et T_0 .
- 5) Afin que la température de la gaine reste en tout point inférieure à une température T_{max} , il faut que l'intensité I soit inférieure à l'intensité maximale I_{max} .
Déterminer l'expression de I_{max} . En déduire que I_{max} atteint sa valeur maximale $[I_{max}]_{max}$ pour $R_2 = R_0$.
- 6) En utilisant la valeur $T_{max} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$, calculer la valeur de l'intensité $[I_{max}]_{max}$ et de la température T_0 .

Réponses

1) Démonstration du caractère isotherme du fil de cuivre

Il s'agit de montrer que la température $T_1(r) \approx T_1(R_1) = T_1$. Il suffit pour cela de montrer que la différence entre la température du centre du fil et la température à $r = R_1$ a une valeur numérique faible.

On commence par écrire le bilan thermique d'un élément cylindrique de fil de rayon r et de longueur unité.

Le bilan s'écrit : $P_e(r) - \Phi(r) = 0$

avec :

$$\Phi(r) = -\lambda_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{dT}{dr}$$

$P_e(r)$ est la puissance électrique fournie au fil de rayon r .

$$P_e(r) = P_{e\text{Totale}} \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{\pi \cdot R_1^2} = \frac{\rho}{\pi \cdot R_1^2} \cdot I^2 \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{\pi \cdot R_1^2} = \frac{\rho \cdot I^2}{\pi \cdot R_1^4} \cdot r^2$$

On remplace ces termes dans l'équation issue du bilan thermique :

$$-\lambda_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{dT}{dr} = \frac{\rho \cdot I^2}{\pi \cdot R_1^4} \cdot r^2$$

$$-\int_{T_1(r=0)}^{T_1(r=R_1)} dT = \frac{\rho \cdot I^2}{2 \cdot \lambda_1 \cdot \pi^2 \cdot R_1^4} \cdot \int_{r=0}^{r=R_1} r \cdot dr$$

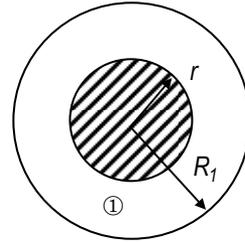
$$[T_1(r=0) - T_1(r=R_1)] = \frac{\rho \cdot I^2}{4 \cdot \lambda_1 \cdot \pi^2 \cdot R_1^2} = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ °C}$$

On peut donc en déduire que le fil est pratiquement isotherme :

$$T_1(r=0) \approx T_1(r=R_1) = T_1$$

2) Expression de la température T_1 du fil de cuivre

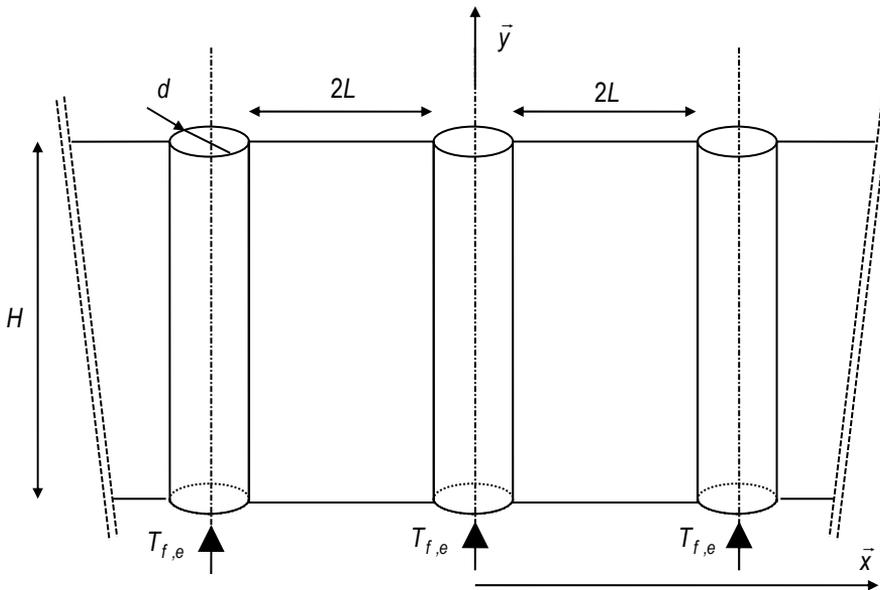
Le fil de cuivre ne peut pas emmagasiner d'énergie, on peut donc écrire la relation suivante :



Etude d'une batterie de refroidissement

Cette étude est tirée d'un sujet d'agrégation de génie civil, option A : Equipements techniques et énergie.

Une nappe d'échangeur est constituée d'un réseau de tubes parallèles reliés entre eux par des plaques métalliques.



Cet échangeur est entièrement immergé dans l'air à la température $T_a = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. Il sert à refroidir de l'eau dont la température d'entrée dans les tubes est $T_{f,e} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$. On note $qm = 0,0139 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ le débit massique de l'eau et $c = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ sa chaleur massique.

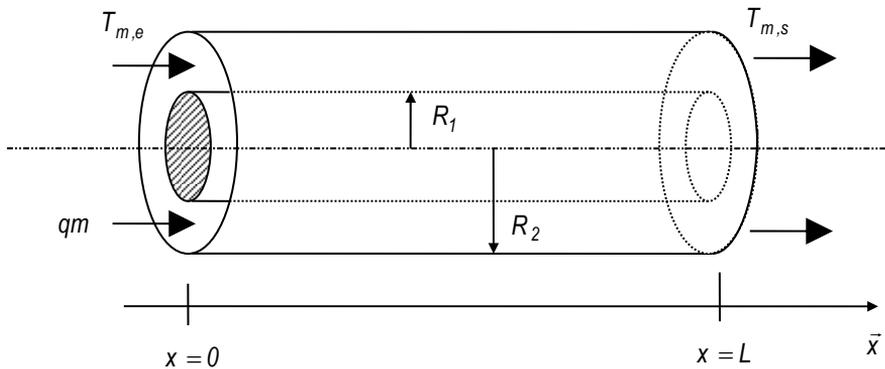
Les tubes et les plaques métalliques (appelées ailettes) sont en métal de conductivité thermique $\lambda = 50 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Les plaques ont une épaisseur notée $e = 2,5 \text{ mm}$. Le diamètre des tubes est noté $d = 20 \text{ mm}$, leur épaisseur est supposée négligeable. On note $H = 1 \text{ m}$ la longueur de l'échangeur.

La distance entre deux tubes (longueur des ailettes) est notée $2L = 100 \text{ mm}$. Le coefficient d'échange par convection entre l'air et le métal est constant et il est noté $h = 25 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. Les échanges superficiels entre l'eau et la surface intérieure des tubes sont supposés parfaits (coefficient d'échange par convection infini).

Etude d'un réacteur nucléaire

Dans un réacteur, l'énergie produite par les réactions de fission est véhiculée par un fluide caloporteur qui limite la température du combustible nucléaire. Ce dernier point est très important car il conditionne la conception technologique du réacteur. Le but de cette étude est d'évaluer, à partir d'un modèle simplifié, la température maximale atteinte par le combustible.

Chaque barre de combustible de rayon $R_1 = 0,02\text{ m}$ et de longueur $L = 3\text{ m}$ est refroidie par une circulation de sodium liquide dans un espace annulaire de rayon $R_2 = 0,026\text{ m}$ entourant la barre (voir la figure ci-dessous).



Le sodium liquide circule à la vitesse $v = 1,50\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, sa température d'entrée est $T_{m,e} = 120\text{ }^\circ\text{C}$ et sa température de sortie est $T_{m,s} = 302\text{ }^\circ\text{C}$. Ses caractéristiques moyennes sont les suivantes :

$$\rho = 850\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}; c = 1250\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}; \nu = 3,27\cdot 10^{-7}\text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}; \lambda = 72\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

La puissance volumique, engendrée par les réactions de fission au sein de la barre de combustible est :

$$P(x) = P_0 \cdot \sin\left[\pi \cdot \frac{x}{L}\right]$$

On note $\lambda_b = 33\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ la conductivité thermique de la barre de combustible.

Bien que le flux issu du combustible ne soit pas constant sur toute sa longueur, on suppose que le nombre de Nusselt N_u est indépendant de l'abscisse x :

$$N_u = 0,02 \cdot R_e^{0,8} \cdot P_r^{1/3} \cdot \left[\frac{R_2}{R_1}\right]^{0,53} = \frac{2 \cdot h \cdot [R_2 - R_1]}{\lambda}$$

$$\text{avec } R_e = \frac{2 \cdot v \cdot (R_2 - R_1)}{\nu}$$

Travail demandé

- 1) Calculer le coefficient d'échange par convection h entre la barre de combustible et le sodium liquide.
- 2) Déterminer l'expression de la température du sodium liquide $T_m(x)$ à l'abscisse x , en fonction de $T_{m,e}$, $T_{m,s}$, x et L .
- 3) Déterminer l'expression de la température de la paroi de la barre de combustible $T_p(x)$ à l'abscisse x , en fonction de $T_{m,e}$, $T_{m,s}$, qm , h , c , R_1 , x et L .
- 4) Déterminer l'expression de la température dans la barre de combustible $T(x,r)$ en fonction de $T_{m,e}$, $T_{m,s}$, qm , h , λ_b , c , R_1 , x , r et L .
- 5) Déterminer l'expression de la température au centre de la barre de combustible $T_c(x) = T(x, r=0)$ en fonction de $T_{m,e}$, $T_{m,s}$, qm , h , λ_b , c , R_1 , x et L .
- 6) Calculer la valeur maximale de la température de la paroi de la barre de combustible.
- 7) Calculer la valeur maximale de la température au centre de la barre de combustible.

Réponses

- 1) Calcul du coefficient d'échange par convection entre la barre de combustible et le sodium liquide

On commence par calculer le nombre de Reynolds :

$$R_e = \frac{2.v.(R_2 - R_1)}{\nu} = 55\,046$$

Puis on calcule le nombre de Prandtl :

$$P_r = \frac{\nu}{a} = 4,82 \cdot 10^{-3}$$

On en déduit la valeur du nombre de Nusselt :

$$N_u = 0,02 \cdot R_e^{0,8} \cdot P_r^{1/3} \cdot \left[\frac{R_2}{R_1} \right]^{0,53} = \frac{h \cdot 2 \cdot (R_2 - R_1)}{\lambda} = 24,08$$

La valeur du coefficient d'échange par convection est la suivante :

$$h = 144\,489 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

- 2) Expression de la température du sodium liquide $T_m(x)$ à l'abscisse x , en fonction de $T_{m,e}$, $T_{m,s}$, x et L .

On écrit le bilan thermique du sodium liquide pour un élément cylindrique compris entre l'abscisse x et $x + dx$

Cet ouvrage a été achevé en mars 2024
Dépôt légal : mars 2024
Déposé auprès de la BnF (Bibliothèque Nationale de France)