

EN LETTRES CAPITALES

NOM(S) :

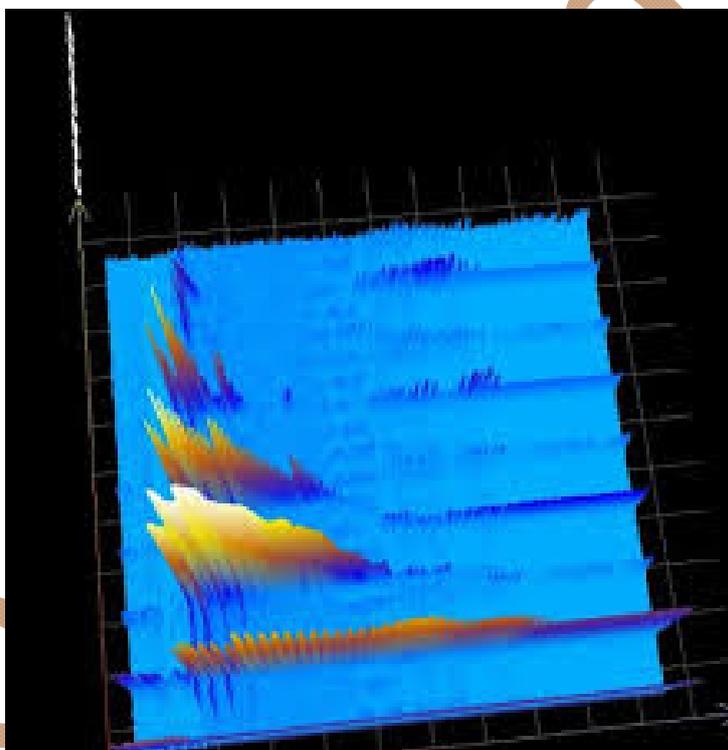
PRÉNOM(S) :

GROUPE :

– Travaux pratiques de Mathématiques –

Conjecturer une limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}}}_{n \text{ termes}}$$



Joseouin.fr

1. Etude d'une suite

On souhaite conjecturer la limite suivante :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\underbrace{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{\dots + \sqrt{2}}}}}}}_{n \text{ termes}}$$

On peut traduire cette limite par celle du terme général de la suite définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \text{ pour } n \geq 1 \text{ et } u_1 = \sqrt{2}$$

Travail demandé

- 1] Ecrire un programme Scilab qui, après avoir demandé à l'utilisateur un entier n au clavier, permet de calculer et d'afficher le terme d'indice n de la suite définie à partir de la relation de récurrence donnée ci-dessus.
- 2] Quelle démarche emploieriez-vous pour tenter de connaître la limite de la suite à partir d'exécutions de votre programme ?
- 3] Modifier votre programme pour afficher le nombre n tel que :

$$2 - u_n < 10^{-14}$$

2. Lancers de dés

On lance n fois 3 dés équilibrés . On souhaite déterminer la fréquence de l'évènement suivant :
 A : « La somme des trois dés est égale à 7 et deux dés sont identiques »

Travail demandé

- 1] Ecrire un programme Scilab qui, après avoir demandé à l'utilisateur un entier n au clavier, permet d'effectuer les n lancers ainsi que d'afficher la fréquence de l'évènement A .
- 2] Pour une très grande valeur de n , la fréquence de l'évènement A tend vers quelle valeur ? Que représente cette valeur limite ?
- 3] Faites un calcul théorique et comparer avec la valeur donnée par le programme pour $n = 100000$

Les fonctions et structures

→ Structure répétitive

Pour k de 1 jusqu'à n Faire

{Traitement 1}

FinPour

→ Structure alternative

Si {condition} Alors

{Traitement 1}

Sinon

{Traitement 2}

FinSi

→ rand()

La fonction rand() permet de générer un nombre aléatoire strictement compris entre 0 et 1. La loi sélectionnée par défaut est la loi uniforme.

→ modulo(a , m)

Renvoie le reste de la division euclidienne de a par m.

Exemple :

x = modulo(23 , 4) ; x contient la valeur 3 car $23 = 4*5 + 3$

y = modulo(5 , 2) ; y contient la valeur 1

z = modulo(8 , 2) ; z contient la valeur 0

→ t = zeros(1 , 100)

La fonction zeros(n , p) définit une matrice de n lignes et de p colonnes dont tous les termes sont nuls.

La fonction zeros(1 , 100) définit un vecteur ligne de 100 colonnes dont tous les termes sont nuls.

t(1 , 2) = 6 place la valeur 6 dans la deuxième colonne du vecteur ligne t.

→ disp(t)

disp(t) : Affiche les éléments d'un vecteur ligne (ou d'une matrice ou d'une variable).

→ Affichage de plusieurs variables

```
printf ("Encadrement : %f%s%f\n", a, " < xsol < ", b);
```

L'affichage est le suivant : Encadrement : 3.412 < xsol < 3.413

La chaîne de caractères "%s%f\n" est appelée chaîne de formatage :

%s : affichage d'une chaîne de caractères (string).

%i : affichage d'un nombre entier (integer).

%f : affichage d'un nombre réel (float).

\n : Effectue un retour à la ligne après l'affichage.

%0.8f : Force l'affichage du réel avec 8 décimales.

→ fonction

L'instruction « fonction » permet de définir une fonction utilisateur.

```
function z = f(x)
z = x^2 + x + 2
endfunction
```

f(1) renvoie 4

→ int

La fonction int() renvoie la troncature à l'unité d'un nombre.

int(3.5) renvoie 3

→ return

L'instruction return permet de sortir d'une fonction et de retourner à l'endroit de l'appel.

→ break

L'instruction break permet de sortir d'une boucle for (interruption d'une boucle).